第3問　光の屈折に関する以下の設問Ⅰ，Ⅱに答えよ。問題文中の屈折率は真空に対する屈折率(絶対屈折率)とする。また，角度は全てラジアンで表す。光源からは全方位に光が放射されているものとする。光の反射は無視してよい。

Ⅰ　図3―1に示すように，媒質1(屈折率 n_1)と媒質2(屈折率 n_2)の境界での光の屈折を考える。境界は点Oを中心とする半径 r の球面の一部であり，左に凸とする。点Oと光源(点C)を通る直線を x 軸とし，球面が x 軸と交わる点をBとする。光源は点Bから左に x_1 だけ離れており，そこから発した図中の太矢印方向の光線は，x 軸から高さ h の球面上の点Pで屈折する。このときの入射角を θ_1，屈折角を θ_2 とする。

境界の右側から光源を見ると，あたかも光源が点A(点Bから左に x_2 離れた位置)にあるように見える。本設問Ⅰおよび次の設問Ⅱでは，これを「見かけ上の光源」と呼ぶことにする。以下，入射角が微小となる光線を考える。すなわち，図中の角度 θ_1，θ_2，α_1，α_2，ϕ について微小角度 β に対する近似式 $\sin\beta \fallingdotseq \beta$ が成り立ち，$\mathrm{CP} \fallingdotseq x_1$，$\mathrm{AP} \fallingdotseq x_2$ と近似できる場合を考える。以下の問に答えよ。

(1)　$\dfrac{\theta_1}{\theta_2}$ を n_1，n_2 を用いて表せ。

(2)　θ_1，θ_2 をそれぞれ α_1，α_2，ϕ の中から必要なものを用いて表せ。

(3)　α_1，α_2，ϕ をそれぞれ x_1，x_2，r，h の中から必要なものを用いて表せ。

(4)　問(1)―(3)で得た関係式を組み合わせることで(式1)が導かれる。x_1，x_2 を用いて空欄 $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ を埋め，この式を完成させよ。

$$n_1\left(\frac{1}{r} + \boxed{\quad\text{ア}\quad}\right) = n_2\left(\frac{1}{r} + \boxed{\quad\text{イ}\quad}\right) \qquad (\text{式}1)$$

(5)　媒質1と媒質2の境界が右に凸の球面の場合を問(1)―(4)と同様に考える。このとき，光源が点Oより左側にある場合[図3―2(A)]と，右側にある場合[図3―2(B)]が考えられる。それぞれの場合に対し，n_1，n_2，r，x_1，x_2 の間に成り立つ関係式を(式1)と同様の形で表せ。

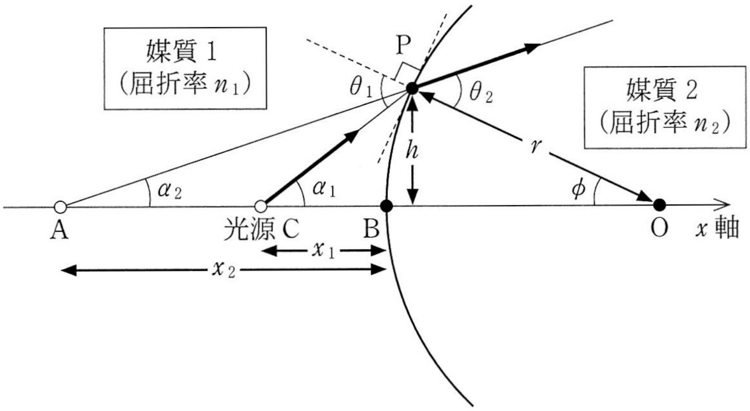


図 3 — 1

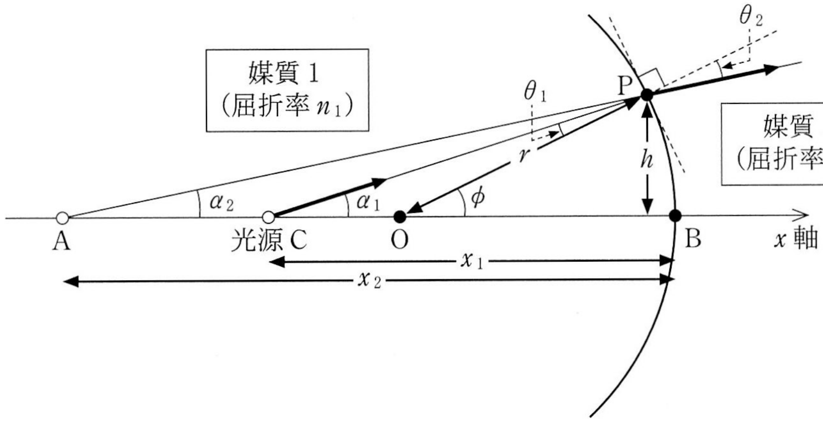


図 3 — 2(A)

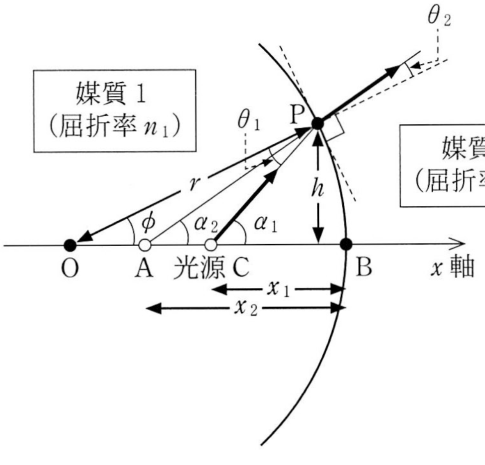


図 3 — 2(B)

Ⅱ (1) 図3—3に示すように，屈折率 n_1 の媒質1に光源があり，屈折率 n_2 の媒質2に観察者がいる。媒質1と媒質2の境界は平面であり，(式1)において r が非常に大きい場合 $\left(\dfrac{1}{r} \fallingdotseq 0\right)$ とみなすことができる。境界から光源までの距離を L_1，境界から観察者までの距離を L_2，光源から観察者までの距離を $L_1 + L_2$ とするとき，観察者から設問Ⅰで述べた「見かけ上の光源」までの距離を n_1，n_2，L_1，L_2 を用いて表せ。

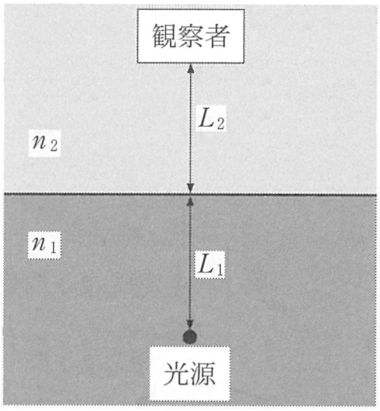


図3—3

(2) 設問Ⅱ(1)の状況で，屈折率 n_f の透明な板を図3—4に示すように境界の上に置くことで，観察者から「見かけ上の光源」までの距離を $L_1 + L_2$ にすることができた。このとき，板の厚さ d を求めよ。また，n_f と n_1，n_2 の大小関係を示せ。ただし，n_1，n_2，n_f はすべて異なる値とする。

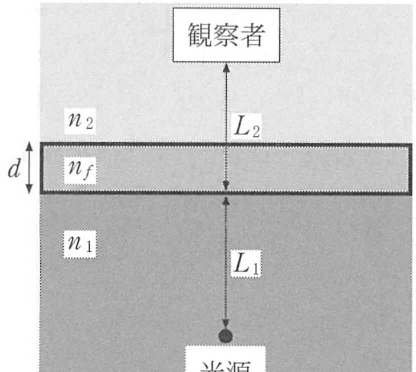
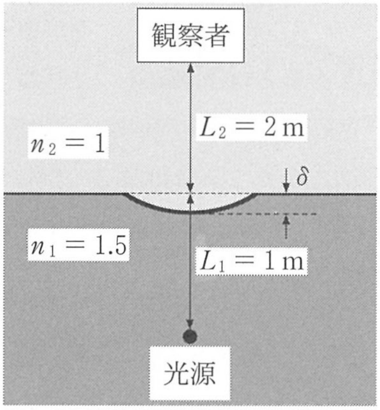


図3—4

(3) 設問II(2)で置いた板を取り除いたのち，媒質1と媒質2の境界を図3—5の(A)または(B)のように変形させた。変形した部分は半径 r の球の一部とみなすことができる。ただし，境界面の最大変位 δ は L_1，L_2 に比べて十分小さく無視してよい。いま，$n_1 = 1.5$，$n_2 = 1$，$L_1 = 1\,\mathrm{m}$，$L_2 = 2\,\mathrm{m}$ とする。このとき，変形した部分を通して見ると，観察者から 4 m の位置に「見かけ上の光源」が見えた。この場合の球面は，下に凸［図3—5(A)］，または上に凸［図3—5(B)］のうちのいずれであるか。(A)または(B)の記号で答えよ。さらに，r の値を求めよ。

(A)



(B)

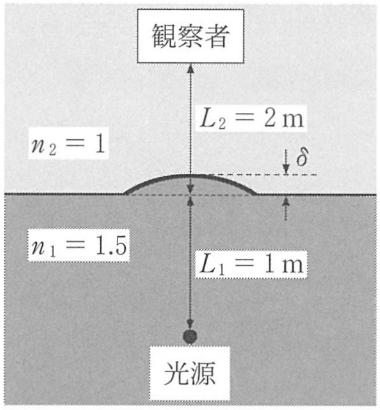


図3—5

(4) 設問II(3)の状況で，観察者の位置に厚さの無視できる薄いレンズを一つ置き，その上から見たところ，「見かけ上の光源」が光源と同じ位置(レンズから 3 m の位置)に見えた。このとき，凸レンズと凹レンズのどちらを用いたか答えよ。また，このレンズの焦点距離を求めよ。