

第2問 図2—1左に示すように、面積 S の薄い円板状の電極2枚を距離 d だけ隔てて平行に配置し、誘電率 ϵ 、抵抗率 ρ の物質でできた面積 S 、厚さ d の一様な円柱を電極間に挿入した。電極と円柱はすき間なく接触しており、電場は向かい合う電極間のみを生じると考えてよい。電極の抵抗は無視できるものとする。この電極と円柱の組み合わせは、図2—1右に示すように、並列に接続された抵抗値 R の抵抗と電気容量 C のコンデンサーによって等価的に表現することができる。以下の設問に答えよ。

I R と C をそれぞれ ϵ 、 ρ 、 S 、 d のうち必要なものを用いて表せ。

II 図2—2に示すように上記の電極と円柱の組み合わせを N 個積み重ねて接触させ、素子 X を構成した。スイッチを切り替えることによって、この素子 X に電圧 V_0 の直流電源、抵抗値 R_0 の抵抗、電圧 $V_1 \sin \omega t$ の交流電源のいずれかひとつを接続することができる。 ω は角周波数、 t は時間である。以下の設問(1)~(3)には ϵ と ρ は用いずに、 N 、 R 、 C のうち必要なものを含む式で解答せよ。

(1) はじめにスイッチを端子 T_1 に接続して素子 X に直流電圧 V_0 を加えた。スイッチを操作してから十分に長い時間が経過したとき、直流電源から素子 X に流れる電流の大きさと、素子 X の上端に位置する電極 E に蓄積される電気量を求めよ。

(2) 続いてスイッチを端子 T_1 から T_2 に切り替えたところ、抵抗 R_0 と素子 X に電流が流れた。ただしスイッチの操作は十分短い時間内に行われ、スイッチを操作する間に素子 X 内の電極の電気量は変化しないものとする。スイッチを操作してから十分長い時間が経過したところ、電流が流れなくなった。スイッチを端子 T_2 に接続してから電流が流れなくなるまでに抵抗 R_0 で生じたジュール熱を求めよ。また、素子 X を構成する電極と円柱の組み合わせの個数 N を増やして同様の操作を行ったとき、抵抗 R_0 で発生するジュール熱は N の増加に対してどのように変化するかを次の①~④から一つ選べ。

- ① 単調に増加する ② 単調に減少する ③ 変化しない
④ 上記①から③のいずれでもない

(3) 次にスイッチを端子 T_2 から T_3 に切り替え、素子 X に交流電圧 $V_1 \sin \omega t$ を加えた。スイッチを操作してから十分に長い時間が経過したとき、交流電源から素子 X へ流れる電流を求めよ。

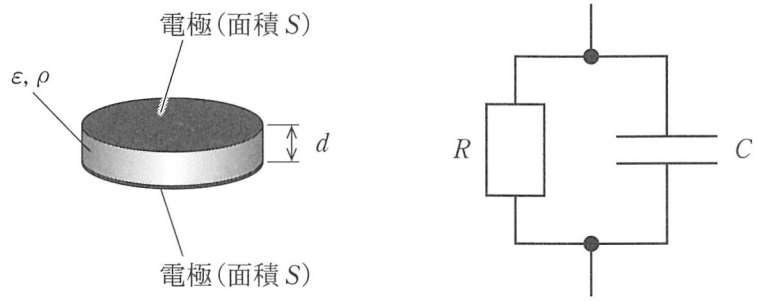


図 2—1

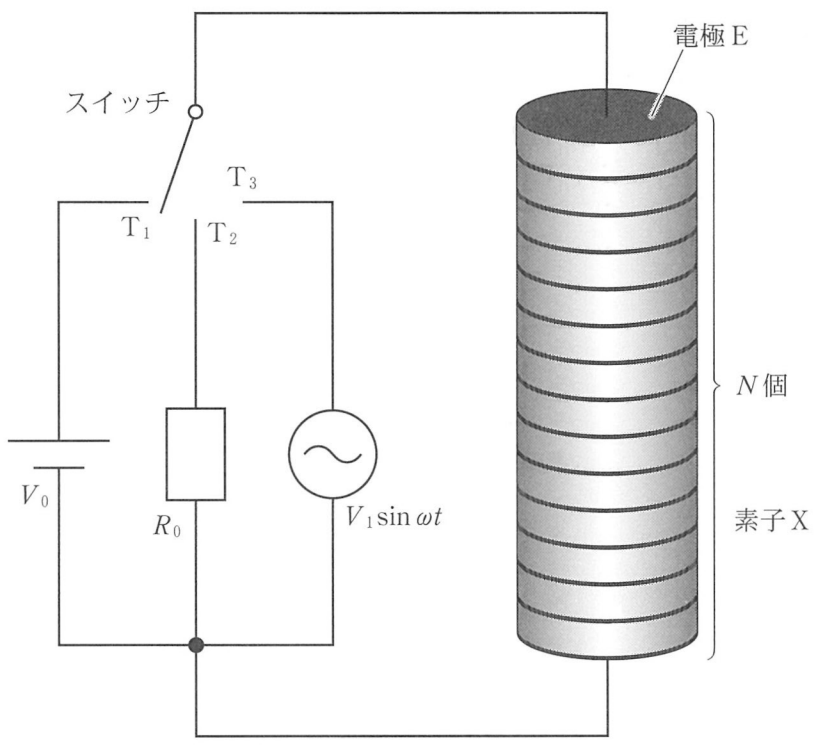


図 2—2

Ⅲ 設問Ⅱで用いた素子 X を構成する物質の ϵ および ρ の値が未知であるとき、これらの値を求めるためにブリッジ回路を用いる方法がある。図 2—3 のように素子 X、設問Ⅱの交流電源、交流電流計、3 つの抵抗と 1 つのコンデンサーを配置し、交流ブリッジ回路を構成した。抵抗値と電気容量の大きさを調節したところ、交流電流計に電流が流れなくなった。このとき、図 2—3 のように各抵抗の抵抗値は R_1 、 $2R_1$ 、 R_2 、コンデンサーの電気容量は $C_0 = \frac{1}{\omega R_2}$ であった。次の から に入る適切な数式を書け。なお、J、K、L、M は回路上の点を表す。

K-M 間の電圧は である。このことを用いて、抵抗 R_2 に流れる電流を、 C_0 を含まない式で表すと、 $\sin \omega t$ + $\cos \omega t$ となる。一方、J-K 間の電圧は であることから、J-L 間を流れる電流を C や R を含む式で表すと $\sin \omega t$ + $\cos \omega t$ となる。以上のことから次式が得られる。

$$\begin{cases} \epsilon = \text{キ} \\ \rho = \text{ク} \end{cases}$$

ただし、 と は R_1 、 R_2 、 ω 、 N 、 S 、 d のうち必要なものを用いて表すこと。

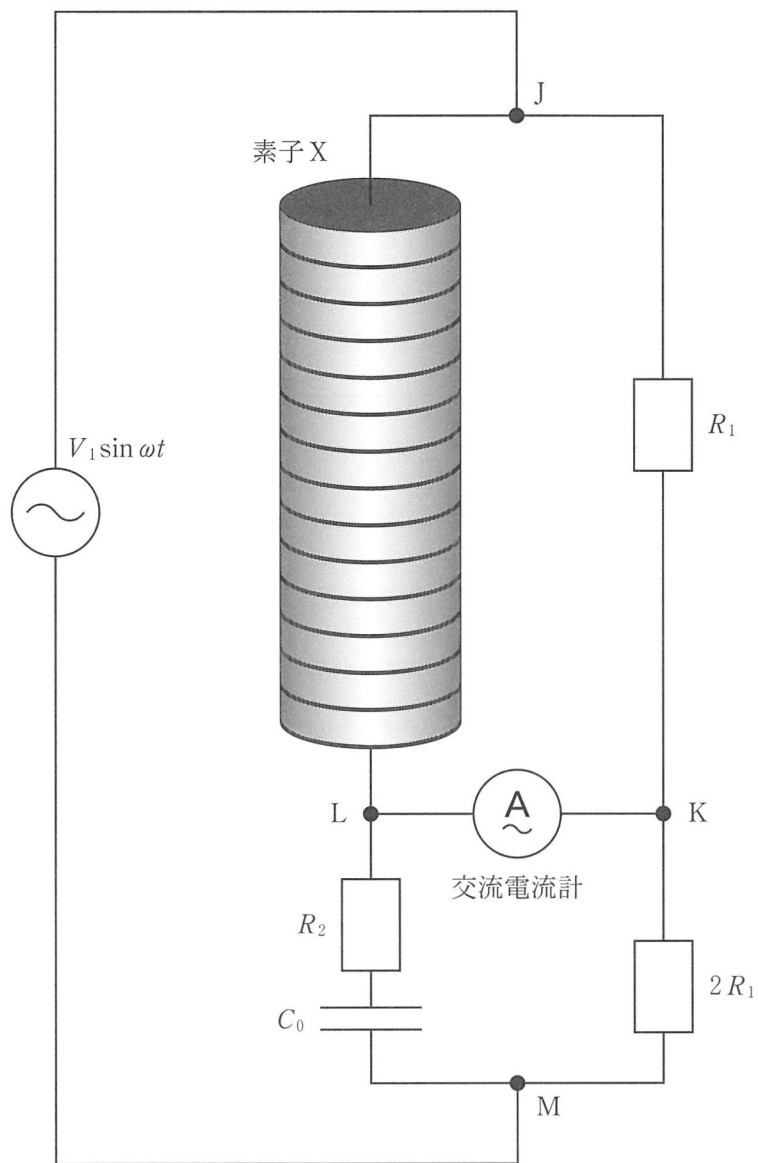


圖 2—3